



คู่มือการใช้สื่อ นวัตกรรม เทคโนโลยีทางการศึกษา

ชื่อ ร่วมกันคิด..พิชิตเรื่องพาราโบลา..ด้วยโปรแกรม Geogebra

Aim of this activity : นักเรียนสามารถสแกน qr code เพื่อเข้าสู่โปรแกรม Geogebra และศึกษากราฟทั้ง ๔ แบบ ของพาราโบลา ดังนี้

สื่อการเรียนรู้จะประกอบด้วยรูปแบบสมการพาราโบลาทั้งหมด ๔ รูปแบบ

- กราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = ax^2$
- กราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + k$
- กราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2$
- กราฟของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$

๑. ขั้นตอนการเข้าใช้งานโปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = ax^2$

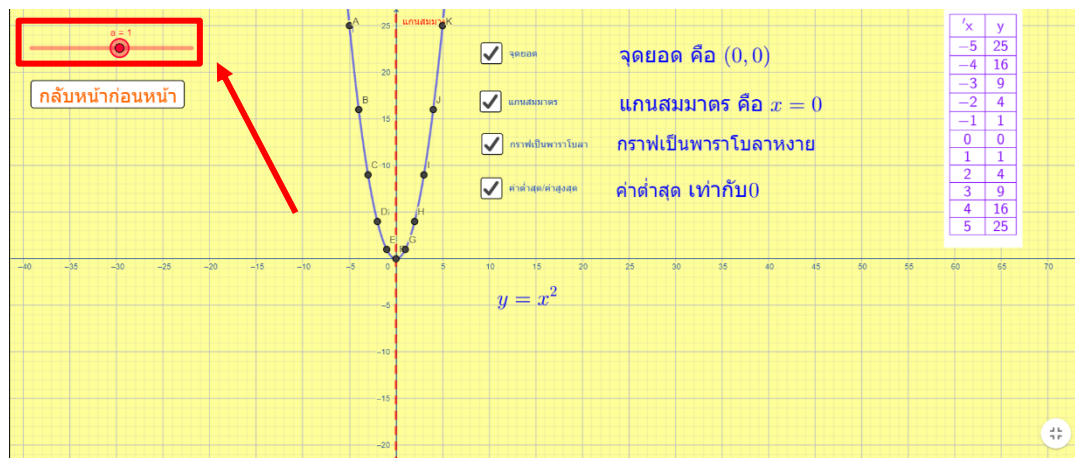
๑.๑) สแกน qr code เพื่อเข้าสู่โปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = ax^2$



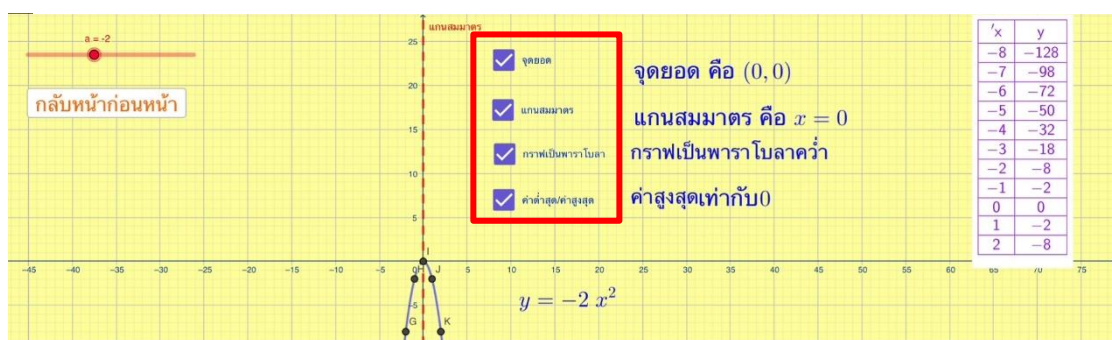
๑.๒) เมื่อสแกน qr code จะพบกับหน้าหลักของรูปแบบสมการ $y = ax^2$ และคลิกปุ่มหน้าถัดไป



๑.๓) จะปรากฏหน้าต่าง รูปแบบของกราฟ ให้ผู้เรียนเลื่อนเปลี่ยนค่าของ a ตามที่ผู้เรียนอยากจะศึกษา ซึ่งพาราโบลาจะเปลี่ยนรูปไปตามที่ผู้เรียนกำหนดค่า a



๑.๔) กรณีผู้เรียนต้องการทราบค่าของ จุดยอด แกนสมมาตร กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำหรือหงาย ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ให้ผู้เรียนคลิกเครื่องหมายถูกหน้าข้อความดังกล่าวแล้วคำตอบจะปรากฏขึ้น



รูปแบบที่ ๑ สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2$

สมการรูปแบบนี้จะสามารถแบ่งได้เป็น ๒ กรณี คือ

๑. กรณี $a > 0$ (เป็นบวก)

- ในกรณี $a > 0$ จะพบว่า พาราโบลา มีลักษณะหงายขึ้น
- จุดต่ำสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(0,0)$
- a มาก จะได้กราฟที่มีความกว้างน้อย แต่ถ้า a น้อยจะได้กราฟที่มีลักษณะกว้างมาก

๒. กรณี $a < 0$ (ติดลบ)

- ในกรณี $a < 0$ จะพบว่า พาราโบลา มีลักษณะคว่ำลง
- จุดสูงสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(0,0)$
- a มาก จะได้กราฟที่มีความกว้างน้อย แต่ถ้า a น้อยจะได้กราฟที่มีลักษณะกว้างมาก

๒. ขั้นตอนการเข้าใช้งานโปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = ax^2 + k$ และรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2$

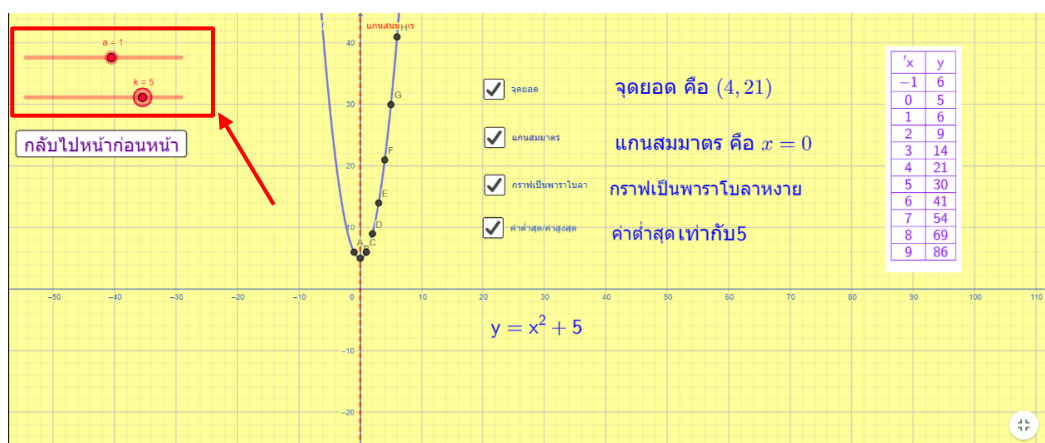
๒.๑) ผู้เรียนสามารถเลือกสแกน qr code เพื่อเข้าสู่โปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = ax^2 + k$ และรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2$



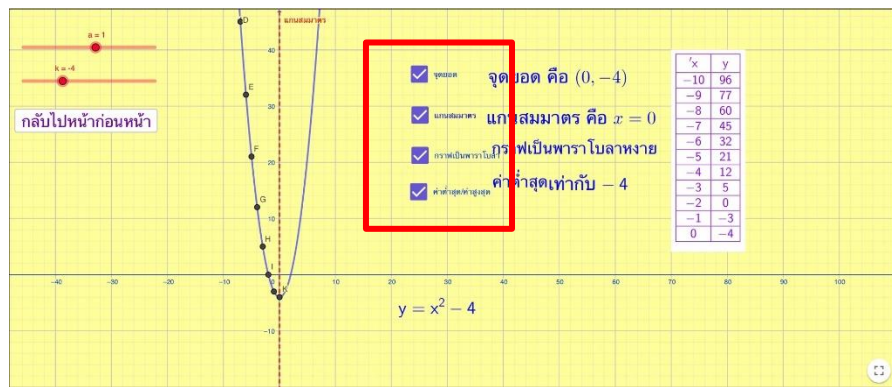
๒.๒) เมื่อผู้เรียนสแกน qr code จะพบกับหน้าหลักของรูปแบบสมการ $y = ax^2 + k$ และคลิกปุ่ม หน้าถัดไป



๒.๓) จะปรากฏหน้าต่าง รูปแบบของกราฟ ให้ผู้เรียนเลื่อนเปลี่ยนค่าของ a และค่าของ k ตามที่ผู้เรียนอยากจะศึกษา ซึ่งพาราโบลาจะเปลี่ยนรูปไปตามที่ผู้เรียนกำหนดค่า



๒.๔) กรณีผู้เรียนต้องการทราบค่าของ จุดยอด แกนสมมาตร กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำหรือหงาย ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ให้ผู้เรียนคลิกเครื่องหมายถูกหน้าข้อความดังกล่าวแล้วคำตอบจะปรากฏขึ้น



รูปแบบที่ ๒ สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + k$

สมการรูปแบบนี้จะสามารถแบ่งได้เป็น ๒ กรณี คือ

๑. กรณี $a > 0$ (เป็นบวก)

- จุดต่ำสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(0, k)$

๒. กรณี $a < 0$ (ติดลบ)

- จุดสูงสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(0, k)$

ข้อสังเกต จากรูปแบบที่ ๒ สรุปได้ดังนี้

กราฟพาราโบลาในรูปแบบที่ ๒ นี้ สิ่งที่แตกต่างกันจากรูปแบบที่ ๑ คือ จุดยอดในแกน y ทำให้สรุปได้ว่า ตัวแปร k ที่เพิ่มเข้ามา ทำหน้าที่เปลี่ยนจุดยอดบนแกน y ให้มีค่าเท่ากับ k

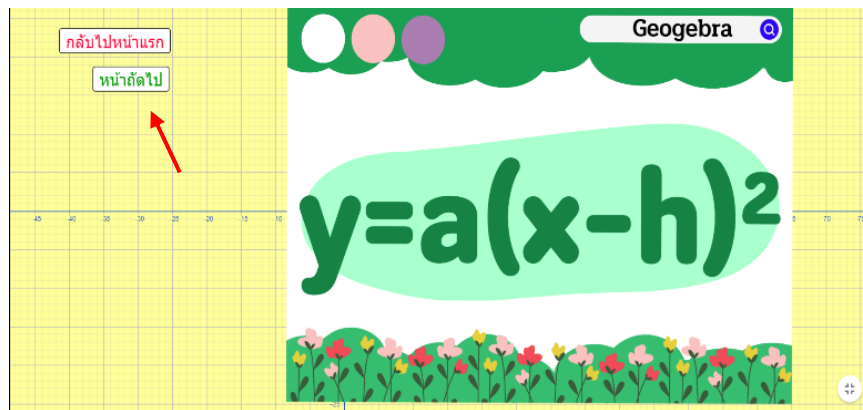
๓. ขั้นตอนการเข้าใช้งานโปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2$

๓.๑) ผู้เรียนสามารถเลือกสแกน qr code เพื่อเข้าสู่โปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2$

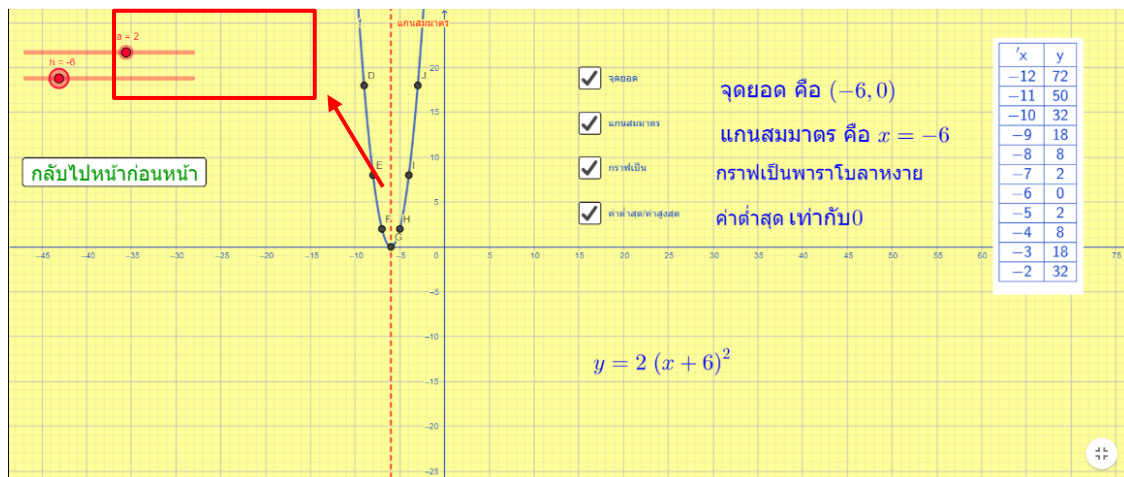


SCAN ME

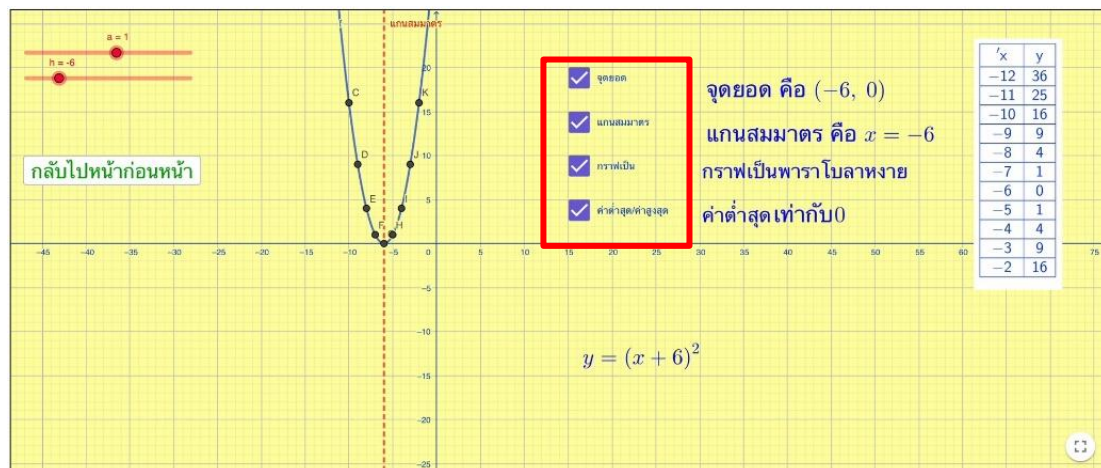
๓.๒) เมื่อผู้เรียนสแกน qr code จะพบกับหน้าหลักของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2$ และคลิกปุ่ม หน้าถัดไป



๓.๓) จะปรากฏหน้าต่าง รูปแบบของกราฟ ให้ผู้เรียนเลื่อนเปลี่ยนค่าของ a และค่าของ h ตามที่ผู้เรียนอยากจะศึกษา ซึ่งพาราโบลาจะเปลี่ยนรูปไปตามที่ผู้เรียนกำหนดค่า



๓.๔) กรณีผู้เรียนต้องการทราบค่าของ จุดยอด แกนสมมาตร กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำหรือหงาย ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ให้ผู้เรียนคลิกเครื่องหมายถูกหน้าข้อความดังกล่าวแล้วคำตอบจะปรากฏขึ้น



รูปแบบที่ ๓ สมการที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2$

สมการรูปแบบนี้จะสามารถแบ่งได้เป็น ๒ กรณี คือ

๑. กรณี $a > 0$ (เป็นบวก)

- จุดต่ำสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(h, 0)$

๒. กรณี $a < 0$ (ติดลบ)

- จุดสูงสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด $(h, 0)$

ข้อสังเกต จากรูปแบบที่ ๓ สรุปได้ดังนี้

- กราฟพาราโบลาในรูปแบบที่ ๓ นี้ สิ่งที่แตกต่างกันจากรูปแบบที่ ๑ คือ จุดยอดในบนแกน x ทำให้สรุปได้ว่า ตัวแปร h ที่เพิ่มเข้ามา ทำหน้าที่เปลี่ยนจุดยอดบนแกน x ให้มีค่าเท่ากับ h
- สมการพาราโบลาในรูปแบบที่ ๓ ตัวแปร h อยู่ภายในวงเล็บกำลัง ๒ ต่างจากรูปแบบที่ ๒ ที่ตัวแปร k อยู่ภายนอก

๔. ขั้นตอนการใช้งานโปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

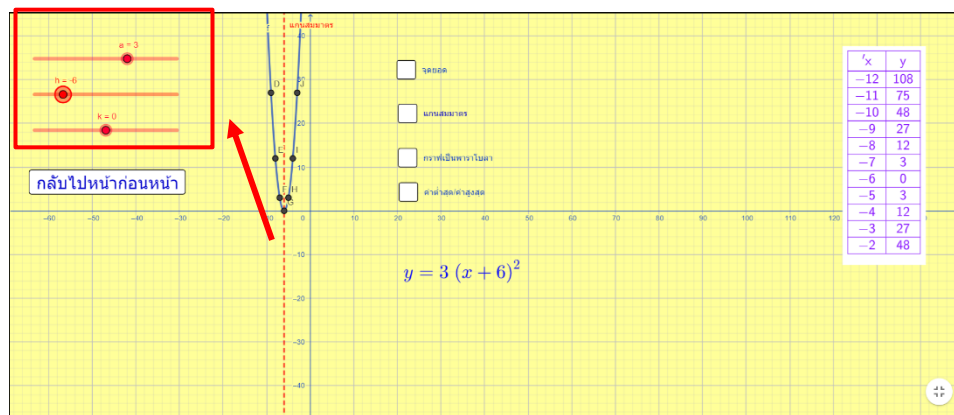
๔.๑) สแกน qr code เพื่อเข้าสู่โปรแกรม Geogebra ของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2 + k$



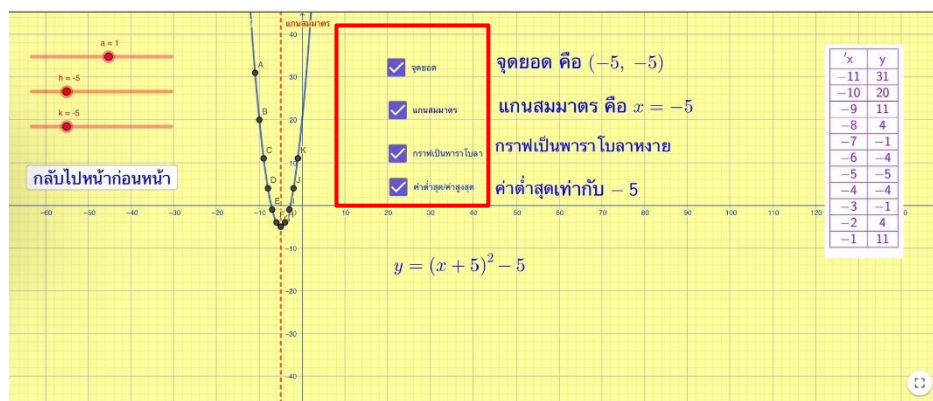
๔.๒) เมื่อผู้เรียนสแกน qr code จะพบกับหน้าหลักของรูปแบบสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ และคลิกปุ่ม หน้าถัดไป



๔.๓) จะปรากฏหน้าต่าง รูปแบบของกราฟ ให้ผู้เรียนเลื่อนเปลี่ยนค่าของ a ค่าของ h และค่าของ k ตามที่ผู้เรียนอยากจะศึกษา ซึ่งพาราโบลาจะเปลี่ยนรูปไปตามที่ผู้เรียนกำหนดค่า



๔.๔) กรณีผู้เรียนต้องการทราบค่าของ จุดยอด แกนสมมาตร กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำหรือหงาย ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ให้ผู้เรียนคลิกเครื่องหมายถูกหน้าข้อความดังกล่าวแล้วคำตอบจะปรากฏขึ้น



รูปแบบที่ ๔ สมการที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$

สมการรูปแบบนี้จะสามารถแบ่งได้เป็น ๒ กรณี

๑. กรณี $a > 0$ (เป็นบวก)

- จุดต่ำสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด (h, k)

๒. กรณี $a < 0$ (ติดลบ)

จุดสูงสุด (จุดยอด) อยู่ที่จุด (h, k)

ข้อสังเกต จากรูปแบบที่ ๔ สรุปได้ดังนี้

สมการนี้ คือ สมการรูปแบบเต็ม เป็นการรวมกันของทั้ง ๓ รูปแบบข้างต้นไว้ ดังนั้นจึงต้องนำข้อสังเกตจากทั้ง ๓ รูปแบบมาวิเคราะห์พร้อมกัน ซึ่งจำแนกได้ ๓ ส่วน

- a จะเป็นตัวบอกว่า กราฟจะคว่ำหรือหงาย กว้างหรือแคบ
- h จะบอกจุดยอดบนแกน x
- k จะบอกจุดยอดบนแกน y